

吴文俊先生和 几何定理证明

■ 周咸青

吴文俊老师的数学机械化工作开始于他的几何定理证明。由于他在几何定理证明领域中开创性的工作和杰出的贡献，他获得定理证明界中的最高奖——Herbrand奖。他的工作由中国走向世界的这一过程，是我亲身经历的。本文就我所知，阐述这段历史，同时也提及他对我的科研生涯的决定性影响。

我高中的一位同班的同学在1960年进了科大数学系，吴文俊老师亲自带领他那一届。通过他使我知道吴文俊老师的一些事迹。吴老师是1956年获得国家自然科学一等奖的三人之一，是一位数学大家并且为人谦虚。我在1978年报考研究生时曾考虑过考他的机器证明。但他要求考的微分几何是我的弱项；而且他是一位著名的大家，我怕考不取。

1978年10月进了科学院研究生院后，我去听了他的几何证明的课程。他讲了很多代数，特别讲到新近的因式分解的工作。11月课程结束时他要我们登记名字以便今后联系；但我因他名气太大，不敢登记。后来我忙于研究程序语言的语义，就没有进一步学习几何证明。

1981年1月我进入University of Texas at Austin (UT)的数学系。UT在定理证明领域中领先于世界，该校的两个研究小组(Bledsoe和Boyer & Moore)分别也获得Herbrand奖，而且还获得AMS、ACM及人工智能的一系列其它重要奖。

因为数学系的博士候选人资格考试的笔试的三门课程我以前已读过，所以在一年内就通过了笔试。第二年春我就上了计算机科学系R. Boyer & J Moore开的程序验证及定理证明两门课程。在一次课后我向Boyer提及吴文俊的几何证明工作，他觉得很好奇。学期结束时，我已算是Boyer & Moore小组的成员。

在1982年6月的一次讨论班开始前，Boyer要我介绍吴文俊的工作，我只知道把几何归结为代数，另一位一直在搞定理证明的研究生王铁城也讲不出所以然，所以Bledsoe要王和我去收集资料。当时王铁城以Bledsoe学生的名义寄信给吴文俊老师要文章。吴老师很快寄来了两篇文章，一篇是他在1978年中国科学发表的开创性的文章，另一篇是1980年“双微”会议的文章。文章都有吴老师给Bledsoe的签名，日期是1982年7月10日。在未来的两年内，这两篇文章连同他的签名，UT复印了近百次寄向世界各地。Bledsoe等要王和我尽快读懂文章，向他们报告。我们两人花了一个多星期的时间稀里糊涂地读懂了些，在7月的最后一个星期五的上午向Bledsoe、Boyer和Moore作了非正式报告。报告至少延续了三个小时。他们三人也反复地读了这两篇文章，但不满意讨论的结果。会议结束前Bledsoe说，他更希望看到计算机上的结果(UT学派非常强调实践)。他特别看了我一眼，暗示我应该去做这件事，因王另有任务，我当时只不过还在看文献阶

段。我那时不敢马上去接受任务，一则我对其算法还不很清楚，另一则我还刚开始学习编程序。但经过一个周末的思考，我觉得要在计算机上实现并不难。于是我在周一给 Bledsoe 发 email 说明吴算法的四个步骤。“吴算法”一词是我两年后发表文章中第一次引进。其中第2步“三角化”在两篇文章中都没有说明（或者说，文章都已假定是三角化后的多项式），我自己不得不想了个三角化算法。

在计算机上实现的进展是出乎意料的快。不到两星期，我的程序已能证明第一个定理。在多项式的同类项合并改进为线性后，更多的定理相继证出，其中包括 Simson 定理和九点圆定理。这些定理的传统证明需要高度技巧及辅助线；用 UT 学派的两个证明器是无从着手的。我马上把这结果告诉 Boyer。他也很兴奋，并且马上要我证明“角平分线相等的三角形是等腰三角形”这一定理。我用我的程序试了，但无结果。在8月20日左右，我的程序已证明了四十来个定理。体会到吴算法的特色，例如一个证明就能对付多种情况。而且也想出了一个带参数的相继两次扩域因式分解的算法。同时也有不少疑问。例如他的文章中的 Simson 定理要产生大达300–400项的多项式。我把这一切写信给吴老师。如果我没有记错的话，他收到信的日期是9月2日。他匆忙把信放在行李中，第二天就动身赴德。

同时我在 UT 开始了第四学期，参加了 Boyer & Moore 的讨论班课程。Boyer 叮嘱我要把夏季的工作进行整理以免日久忘记。但我更在等待吴老师的回信，毕竟从数学上讲这工作是他的，只有得到他的鼓励和指导，我才能在这方向上走下去。

大概是在10月中下旬我收到了吴老师的长达6大页的回信。他说他在德国喘气刚停就马上回信，信中充满热情的鼓励。并告诉我，产生大多项式是他的方法的一个现象。在1976–1977年的春节前后，他用笔在一张张纸上算了上述 Simson 定理，确实有300–400项的多项式产生！他说“角平分线相等的三角形是等腰三角形”这命题不成

立；因为三角形的每个角都有内角平分线 and 外角平分线。这命题甚至在两条外角平分线相等时都不成立；只有在两条内角平分线相等时才成立。他进一步指出，确定内角平分线已超出他的方法的范围，因为这要用到几何中的顺序概念。他的方法适用于无序几何。在这类几何中，梯形的两腰和两条对角线是不能区分的，所以“梯形的两腰中点的连线等于上底及下底之和的一半”与“梯形的两条对角线中点的连线等于上底及下底之差的一半”是同一个定理。他同时预祝我在因式分解工作上的成功……

吴老师的长信大大地鼓励了我研究吴算法的信心，在 Boyer 的帮助下，我着手整理夏季实验吴方法时的心得。Boyer 精心安排我于12月3日在UT计算机科学系作大会报告。这种报告一般是请外校学者来作的。报告开始前，Boyer 和 Bledsoe 通知我，这次报告也是我博士候选人资格考试的口试。报告是十分成功的。会后 Boyer 和 Bledsoe 马上决定，我将在下月美国数学会的定理证明专题会作40分钟的报告；他们之所以能这样做是因为 Bledsoe 是专题会的组织者之一，他知道还有一个40分钟的空档。

1983的美国数学会是1月初在Denver举行。我的报告是在1月7日下午，它同样是成功的。报告完后有很多人向我索取资料。当时我们关于吴算法有文字记载的只有上述的两篇文章。于是吴文俊的文章从UT向北美正式广泛传播。

Denver会议后，组织者要求专题会的报告者每人写一篇文章，收在文集“*Automated Theorem Proving: After 25 Years*”。我觉得我不应该写文章，因为从数学上讲，这是吴文俊老师的工作。在 Bledsoe 和吴文俊老师通信之后决定，吴老师在文集中重新刊登他的1978年的开创性文章，加上他介绍近年来最新进展的另一篇文章；由我写一篇易懂的文章。因为这也是吴文俊老师的意思，我同意了。而且我已修改他的方法用于发现定理（例如发现了 Simson 定理的一个有趣的推广），

这是我的贡献。同时二次扩域的因式分解已实现，并用于几何证明。当时我的程序已证明了130多个定理。

我的文章标题是《Proving Geometry Theorems Using Wu's Algorithm》。这是我写的第一篇英语文章，是在 Boyer 指导下写的。Boyer 认为吴文俊老师的开创性文章过于艰深，而我的易懂的文章会适合更多的初学者。所以他特别重视我的这篇文章。我记得1983年夏当初稿完成后，Boyer 花了三个星期的时间，每天晚上和我一起修正稿件（每晚三小时左右），仔细检查每个环节。吴老师收到我的稿件后，写信鼓励我说：“太精彩了，我要我的研究生去读……。”

Denver 会议的文集在1984年5月出版后，不少人，例如 GE 的 Hai-Ping Ko（葛海萍）等，根据我描述的吴算法也重复实现了吴的证明器。吴算法在几何证明中的巨大成功也激起了更多人考虑用其它代数方法去证明同类几何定理（称吴类定理）。当时在计算机代数中已有极其有用的 Grobner 基法，它正好也适合于吴类定理。我早在1984年5月已有计算机上的结果，但没有写成文章，因为当时我急于完成博士论文及相应的计算机程序。直到1985年12月我写成文章的时候，有两个研究小组几乎同时也完成了类似的工作：一组是奥地利的 Kutzler 和 Stifter，另一组是美国 GE 的 Kapur。一个世界性研究吴类几何定理证明的高潮正在掀起。

由于他的几何证明的工作，1986年美国有三个地方邀请他访问。这是 UT 的 Bledsoe 和 Boyer、Argonne 国家实验室的 Wos（世界另一定理证明的权威）及 GE 的葛海萍和 Kapur。他欣然接受邀请，同时也参加8月在 Berkeley 举行的国际数学家大会（后来我又安排他到 Stanford 大学访问）。葛海萍和我安排他访美的日程。按约定，他和我在芝加哥机场见面，然后我们去 Waterloo, Austin……

在芝加哥机场是我们第一次“正式”见面，当时我是非常激动的。他也为有这样好的研究局面感到高兴。他说在他的第一篇文章的审稿中写道，据作者称此法能用于计算机证明几何定理……

在82年到90年代初，我们有大量的通信，他的信一直在指导着我的研究。在1985年吴文俊和吕学礼合著的“分角线相等的三角形”小册子的序言中写道：“……当时德国的几何权威Steiner曾写了专文，就内外分角线各种情形进行了讨论，但并没有把问题彻底澄清。1983年以来，我与现在美国攻研计算机科学的周咸青同志，应用我们关于机器证明中使的方法，并通过在计算机上反复验算，终于在一年多的通信讨论之后，获得了完全的解答。”

1983年当我的博士论文需要有更多的理论基础时，他及时寄来了当时正在出版的“几何定理机器证明的基本原理”的清样。使我对代数到几何及几何到代数有了全面的了解。这一帮助，不仅使我及时完成论文，而且为我后来的专著打下了坚实基础。

我的导师Boyer是把吴算法尽快推向世界的主要动力之一。1982年吴算法在UT成功实现之后，他很快向定理证明界其他权威人士推崇吴文俊老师的工作。1984年他联合Bledsoe和Moore向中国有关部门写信，建议为吴老师买快的机器以加速他的研究。

台湾大学的项洁(Jieh Hsiang)教授(原SUNY石溪分校的教授)是吴文俊获1997年Herbrand奖的主要提名人。1997年2月我收到项洁的email说，Boyer建议他要我作为联合提名人(Co-Sponsor)。我也向Stickel为首的评委发了第二封提名信。项洁在他的第一封提名信中写道：“在自动推理诸多领域中，很难找到一人，他完全扭转其某个领域的方向。”这是刻画吴文俊对定理证明贡献的最好词句。

(作者为Wichita State University教授)